



METODI E MODELLI MATEMATICI DI OTTIMIZZAZIONE PER LA LOGISTICA E LA PRODUZIONE

Manutenzione - Gestione della Produzione - Logistica

PhD Student (ciclo XXVII): Davide Castellano

Tutor: Prof. Ing. Marcello Braglia, Dott. Ing. Roberto Gabrielli

PhD in Mechanical Engineering

Università di Pisa

Dipartimento di Ingegneria

Civile e Industriale

Introduzione

Le imprese operano in un ambiente altamente dinamico, nel quale la sopravvivenza economica è legata alla capacità di reagire in maniera flessibile ai cambiamenti nel mercato e all'evoluzione del settore. Conseguentemente, il vantaggio competitivo si acquisisce e si mantiene attraverso l'efficacia, l'efficienza e il miglioramento continuo nello svolgimento delle attività (produttive e non) aziendali. In quest'ottica, all'interno dell'impresa, un ruolo strategico è assunto dalle cosiddette *Operations*. In termini più generali, con *Operations* ci si riferisce all'applicazione di risorse (capitali, materiali, tecnologie, persone e conoscenza) per la produzione di beni e servizi. In un'azienda manifatturiera, le *Operations* coinvolgono, quindi, attività quali: la gestione della produzione, la gestione dei materiali (in ingresso, in transito nello stabilimento e in uscita), la gestione della qualità e la gestione della manutenzione. È evidente, quindi, l'importanza che assumono a livello operativo, ma anche strategico, le *Operations* nella creazione e nel mantenimento del vantaggio competitivo.

Numerosi modelli sono stati creati al fine di ottimizzare le attività coinvolte nelle *Operations*, creando, così, una sostanziale evoluzione del paradigma aziendale. Quest'attività di ricerca si occupa dello sviluppo di metodi e modelli, prevalentemente basati sulla matematica applicata, per l'ottimizzazione in ambito logistico, produttivo e manutentivo, così da dare un significativo contributo all'accrescimento di tutti quegli strumenti (matematici e non), a disposizione delle aziende, atti al perfezionamento delle attività a valore aggiunto e alla riduzione/eliminazione di quelle generatrici di spreco.

Manutenzione

Applicazione della teoria della diffusione alla modellizzazione stocastica della vita di un utensile soggetto ad usura progressiva

La vita dell'utensile influenza pesantemente l'efficienza delle lavorazioni meccaniche. Questo aspetto è studiato dalla cosiddetta economia della lavorazione (*machining economics*), che lega i costi delle lavorazioni e la vita dell'utensile. È, quindi, evidente la necessità di un adeguato modello che la caratterizzi.

Pionieristici sono gli studi di Taylor, i quali hanno dato origine a ulteriori modelli che possono essere considerati estensioni al modello sviluppato dallo stesso Taylor. Tuttavia, tutti questi sono caratterizzati dal considerare la vita dell'utensile in termini «medi», *i.e.*, la sua natura stocastica è trascurata. Nel seguito, successivi autori hanno, però, sviluppato modelli che mirano a derivare la densità (*i.e.*, la *p.d.f.*) della vita dell'utensile (*tool-life distribution*) in diverse circostanze e condizioni di lavorazione.

Particolarmente interessante è la cosiddetta *injury theory*, che prende in considerazione un utensile soggetto ad usura progressiva (non vengono, cioè, considerati l'usura accelerata e le rotture improvvise). Questa teoria modella l'usura come una serie di urti successivi, subiti dall'utensile durante la lavorazione, che causano il progressivo distacco di materiale dalla superficie dell'utensile. Si suppone che la vita utile dell'utensile sia terminata quando un certo volume di materiale si è distaccato. Il processo è stocastico, dato che gli intervalli tra un urto e il successivo sono aleatori, nell'ipotesi che sia costante il volume distaccato per urto (o viceversa).

Il modello qui presentato si basa sulle stesse ipotesi dell'*injury theory*. Tuttavia, qui il processo di usura viene rappresentato come un processo stocastico $U(t)$, a valori in \mathbb{R}^+ , la cui densità $p(u, t)$ soddisfa l'equazione di Fokker-Planck (F.-P.). In particolare, si prendono in considerazione due casi:

1. Coefficienti dell'equazione di F.-P. dipendenti solo dal tempo;
2. Diffusione trascurabile e *drift* funzione solo dello stato (*i.e.*, dell'usura).

Una volta derivata la soluzione della corrispondente equazione di F.-P., è possibile ricavare, sotto opportune ipotesi, la densità della vita dell'utensile. Infine, il modello è stato validato prendendo in considerazione un insieme di dati sperimentali.

Entrando nel dettaglio, le equazioni di F.-P. nei due casi studiati assumono la seguente forma:

$$1. \quad \partial_t p(u, t) = -\partial_u [v(t) p(u, t)] + \frac{1}{2} \partial_u^2 [v(t) p(u, t)],$$

$$2. \quad \partial_t p(u, t) = -\partial_u [p(u, t) b(u)].$$

dove δ è il volume elementare di materiale distaccato dall'utensile per urto, $v(t)$ è il tasso degli urti che l'utensile subisce in t , e $b(u)$ è un generico *drift* (da fissare).

Nei due casi, ponendo $\dot{\omega}(t) = v(t)$, le soluzioni sono le seguenti:

$$1. \quad p(u, t) = \left(\sqrt{2\pi\omega(t)\delta^2} \right)^{-1} \exp\left[-\frac{(u - \omega(t)\delta)^2}{2\omega(t)\delta^2} \right],$$

$$2. \quad p(u, t) = b(u_0(u, t)) p_0(u_0(u, t)) [b(u)]^{-1},$$

dove $u_0(u, t)$ è il valore di usura iniziale in termini dell'usura u e del tempo t , mentre $p_0(\cdot)$ è una densità iniziale assegnata. Si fa notare che la soluzione 1. è stata trovata ponendo $p(u, 0) = \delta(u)$.

Nell'ipotesi che il processo stocastico sia non-decrescente (quale l'usura è), definendo $f(t)$ la densità della vita dell'utensile (più precisamente del *time-to-failure*), la quale (si suppone) termina appena viene raggiunto un valore di usura pari a u_f , si può scrivere $f(t) = -\frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{u_f} p(u, t) du$.

Nella validazione, il campione sperimentale considerato è mostrato in Figura 1. Sono fasci che mostrano come varia l'usura in funzione del tempo. Sono stati testati 50 utensili con inserto in carbonio tipo P10 in una lavorazione di tornitura di barre di acciaio al carbonio C40. La Figura 1 mostra solo 37 fasci, in quanto sono stati eliminati i dati relativi a usura accelerata e «mortalità infantile.» Come parametro d'usura è stato considerato il VB, ossia la larghezza media del labbro d'usura. Dai dati sperimentali sono state poi estrapolate le densità che meglio fittano i dati, nell'ipotesi che siano una Weibull o una log-normale.

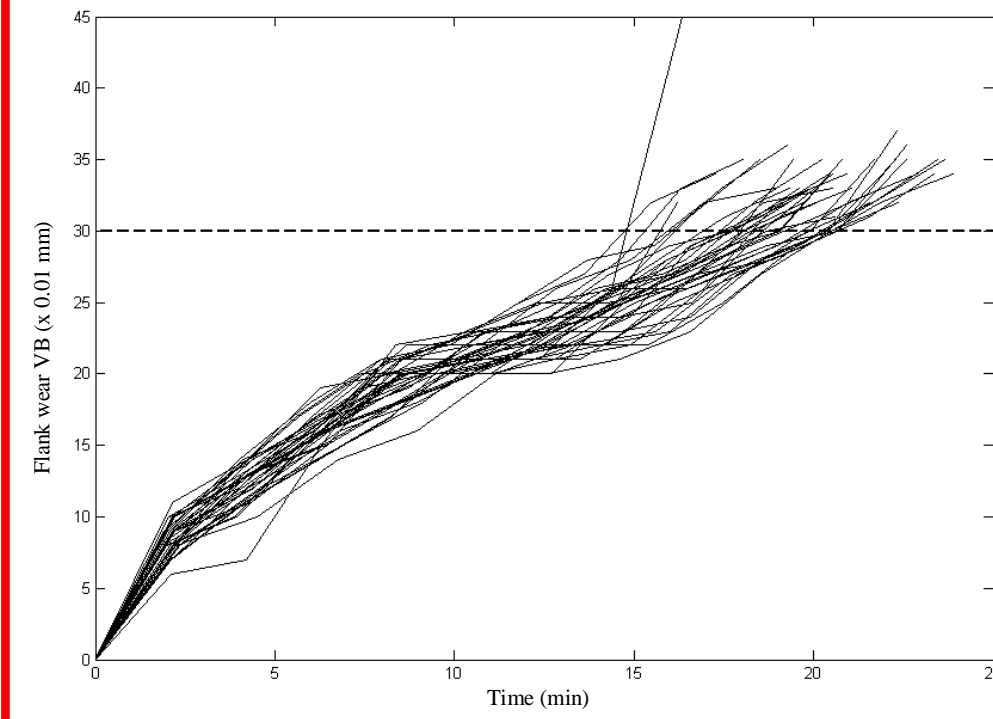


Figura 1. Fasci d'usura sperimentali.

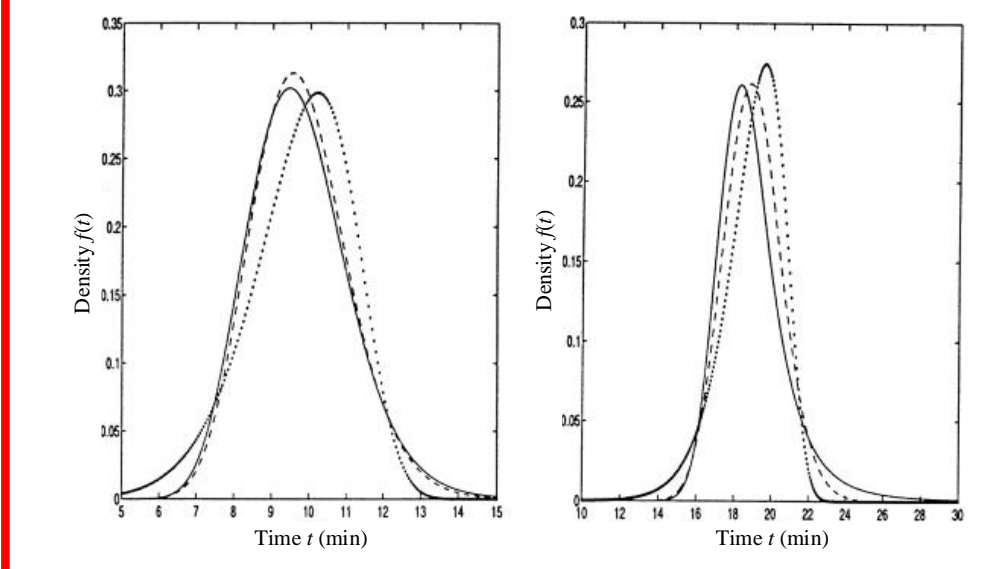
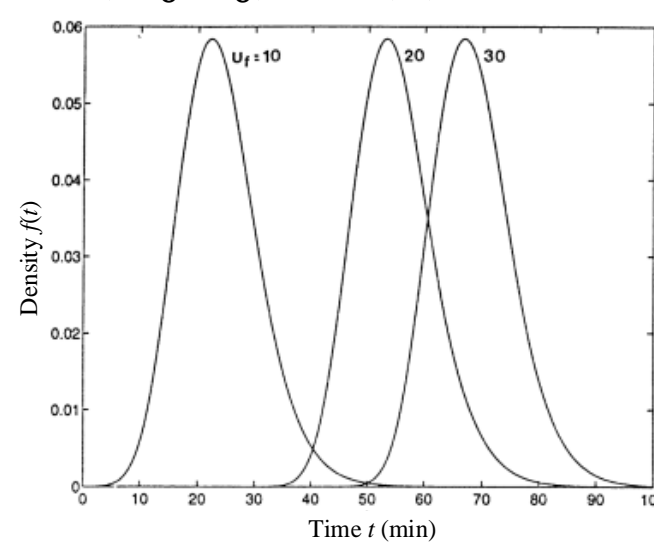


Figura 2. Confronto tra la $f(t)$ ricavata dalla soluzione alla F.-P. nel caso 1. (curva piena), la Weibull (curva punteggiata) e la log-normale (curva tratteggiata). (a) $u_f = 0,2$ mm, (b) $u_f = 0,3$ mm.

Figura 2 mostra il confronto tra la $f(t)$ ricavata dalla soluzione della F.-P. nel caso 1. e le densità sperimentali Weibull e log-normale, avendo fissato (a) $u_f = 0,2$ mm e (b) $u_f = 0,3$ mm.

Relativamente alla $f(t)$ ricavata dalla soluzione alla F.-P. nel caso 2., la Figura 3 mostra la $f(t)$ ricavata dalla soluzione della F.-P. nel caso 1. avendo posto come densità iniziale una $\mathcal{N}(m_0, \sigma_0)$ e $b(u) = au^n$.



Ulteriore lavoro è richiesto in futuro per generalizzare a casi di rotture improvvise, dove la teoria della diffusione fallisce.

Figura 3. Densità $f(t)$ ricavata dalla soluzione alla F.-P. nel caso 2. con $p_0 \sim \mathcal{N}(m_0, \sigma_0)$ e $b(u) = au^n$. Valori dei parametri: $m_0 = 6,7$, $\sigma_0 = 0,72$, $n = 1,5$ e $a = 0,001$.

Gestione della Produzione

Il POLCA (*Paired-Cell Overlapping Loops of Cards with Authorization*) è un sistema di controllo della produzione basato su cartellini, costituito da diversi anelli di controllo, ognuno dei quali cicla tra due stazioni successive, sovrapponendosi, quindi, a due a due. È adatto a tutti quegli ambienti produttivi caratterizzati da alta variabilità della domanda e alta varietà dei prodotti richiesti (e.g., sistemi produttivi *Make-to-Order* (MTO)). In tali contesti, fondamentali sono la riduzione del *throughput time* e il bilanciamento dei carichi di lavoro tra le stazioni produttive. È possibile raggiungere questi obiettivi tramite il controllo sia sul rilascio degli ordini in produzione che sulla distribuzione dei carichi di lavoro tra le stazioni produttive. In relazione a questi aspetti, particolarmente critici sono i sistemi produttivi sbilanciati. In tali circostanze, i *routings* non sono uniformemente distribuiti e i tempi di lavoro e di inter-arrivo sono, in media, altamente differenti.

Ottimizzazione del POLCA tramite algoritmo genetico in sistemi produttivi sbilanciati

In Figura 4 è mostrato lo schema del sistema produttivo studiato. Il cromosoma del genetico incorpora i cartellini in ciascun *routing*, tramite rappresentazione binaria. La funzione di fitness assume la seguente forma, per l' i -esimo individuo: $f(i) = \overline{TTT} + \sum_j \overline{WIP}_{ij} \cdot \bar{t}_j + NC_i (\sum_j \overline{WIP}_{ij})^{-1}$, essendo \overline{TTT} il *Total Throughput Time* medio, \overline{WIP}_{ij} il WIP medio nel j -esimo *routing*, e NC_i il numero di cartellini. L'obiettivo è chiaramente la riduzione del WIP e del *throughput time*, nonché l'incremento del *throughput*. La funzione di fitness è stata valutata tramite una simulazione Monte Carlo implementata in SIMUL8. Il POLCA è stato confrontato con il multi-CONWIP. I risultati sono mostrati in Tabella 1, evidenziando le migliori performances del POLCA.

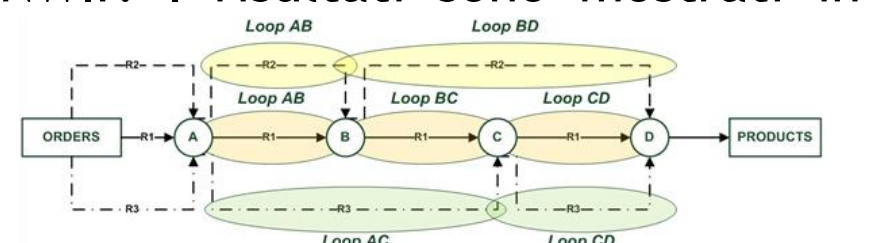


Figura 4. Schema del sistema produttivo considerato.

Trial	multi-CONWIP			POLCA		
	TTT	Fitness	NC	TTT	Fitness	NC
1	41.04	62.89	17	39.39	58.48	40
2	98.76	120.57	17	96.74	116.76	43
3	44.81	65.05	17	43.28	61.92	40
4	63.25	83.91	17	60.99	79.96	40
5	39.82	60.36	17	37.93	52.29	40
6	43.67	65.12	17	42.12	59.16	40
7	48.23	71.17	17	47.91	69.67	40
8	51.56	82.31	17	44.11	76.45	40
9	59.45	94.01	17	59.13	91.43	40
10	43.42	61.12	17	41.88	59.80	40
11	44.82	61.77	17	42.07	56.18	40
12	57.82	86.85	17	53.12	82.11	40
13	46.32	68.13	17	46.01	63.67	40
14	38.98	60.01	17	36.57	59.63	40
15	39.12	63.77	17	37.63	59.89	40
16	47.54	65.62	17	46.13	64.48	40
17	44.16	71.22	17	41.65	67.02	40
18	42.02	57.11	17	40.78	57.02	40
19	49.15	65.52	17	48.97	62.27	40
20	47.87	62.21	17	47.53	58.79	40

Tabella 1. Risultati del confronto.

L'importanza della regola di carico in sistemi MTO sbilanciati e controllati dal POLCA

Il sistema produttivo considerato è mostrato in Figura 4. L'obiettivo è il confronto tra due diverse regole di carico: la FIFO e la «*longest queue*». La performance è valutata tramite il *Total Throughput Time TTT*: $TTT = OPT + STT$, dove OPT è il *Order Pool Time* (*i.e.*, il tempo speso dagli ordini in coda prima di entrare in produzione), e STT è lo *Shop floor Throughput Time* (*i.e.*, il tempo speso dagli ordini all'interno del sistema produttivo). Sono state studiate due configurazioni: (i) non vincolata e (ii) vincolata (*i.e.*, con o senza controllo del carico). Nel caso (ii), il numero di cartellini è quello ottimale. In Tabella 2 e Tabella 3 sono mostrati i risultati dello studio.

Run	TTT [min]	
	FIFO	"longest queue"
1	56.11	56.05
2	79.21	79.15
3	63.45	63.40
4	80.09	80.11
5	58.42	58.42
6	86.49	86.47
7	91.35	91.31
8	55.33	55.28
9	48.35	48.34
10	60.26	60.24

Tabella 2. Risultati (caso non vincolato).

Run	STT [min]		TTT [min]	
	FIFO	"longest queue"	FIFO	"longest queue"
1	20.69	17.16	56.05	55.60
2	21.89	17.75	78.90	77.48
3	20.57	17.10	63.31	63.44
4	20.95	17.32	79.88	79.58
5	20.86	17.28	58.31	57.78
6	21.03	17.30	86.31	86.28
7	21.01	17.36	91.18	90.21
8	20.13	16.87	55.18	54.84
9	19.66	16.54	48.25	48.02
10	20.01	17.16	60.09	59.60

Tabella 3. Risultati (caso vincolato).

Revisitazione del modello economico congiunto multiple-vendor single-buyer, con selezione dei fornitori

Glock (2011) ha presentato un modello economico congiunto *multiple-vendor single-buyer*, con selezione dei fornitori. La funzione di costo sviluppata $TC(Q, \vec{\beta}, \vec{m})$ (in $2n+1$ variabili, dove n è il numero di fornitori preselezionati, di cui n intere), dove Q è la dimensione totale dell'ordine, $\vec{\beta}$ è la percentuale di Q fornita da ciascun venditore e \vec{m} è il vettore del numero di spedizioni, è però complessa e ottimizzabile con la ripetizione, in successione fino a convergenza, di due algoritmi. La complessità è anche dovuta alla presenza di una discontinuità di tipo salto lungo le componenti di $\vec{\beta}$.

Il lavoro svolto è consistito nella sostituzione di ciascuna discontinuità di tipo salto con una approssimazione data dalla funzione logistica. Infatti, se $H(t)$ è la funzione gradino in $t = 0$, si ha che

$$1/(1 + \varphi \exp(-\varphi t)) \xrightarrow{\varphi \rightarrow +\infty} H(t)$$

uniformemente. È stato, inoltre, dimostrato che la funzione di costo totale così ottenuta è convessa lungo Q e \vec{m} . Operando in questa maniera è, quindi, possibile ricavare analiticamente i Q e \vec{m} ottimali e, successivamente, ottimizzare la funzione di costo nella sola variabile $\vec{\beta}$ con un algoritmo di ottimizzazione globale.

Logistica

Teoria della diffusione applicata alla modellizzazione stocastica dell'inventario con decadimento

Nell'ipotesi (i) che in un intervallo di tempo infinitesimo la domanda media sia finita, così come la sua variabilità, e (ii) che l'inventario decada secondo una legge esponenziale, allora l'andamento dell'inventario nel tempo $X(t)$, $t \geq 0$, può essere approssimato con un modello di diffusione descritto dalla seguente equazione differenziale stocastica in \mathbb{R} :

$$dX(t) = -[\mu(t) + \delta(t)X(t)]dt + \sigma(t)dB(t), \quad X(0) = x_0 > 0,$$

dove $\mu(t)$ è la domanda, $\delta(t)$ è il tasso di decadimento e $\sigma(t)$ è il coefficiente di diffusione caratterizzante l'aleatorietà del sistema. Sotto opportune condizioni, si dimostra che la sua (unica) soluzione è, per $t \geq 0$, il seguente processo:

$$X(t) = x_0 e^{\Delta(t)} + \int_0^t e^{\Delta(t)-\Delta(s)} \mu(s) ds + \int_0^t e^{\Delta(t)-\Delta(s)} \sigma(s) dB(s).$$

Inoltre, la variabile aleatoria $X(t)$ ha, per ogni $t \geq 0$ fissato, una densità gaussiana di media $M(t)$ e varianza $\Sigma^2(t)$ date da:

$$M(t) = x_0 e^{\Delta(t)} + \int_0^t e^{\Delta(t)-\Delta(s)} \mu(s) ds, \quad \Sigma^2(t) = \int_0^t e^{2(\Delta(t)-\Delta(s))} \sigma^2(s) ds.$$

Ulteriore lavoro è, tuttavia, necessario per determinare l'ottimo del modello (q, r) associato, nonché verificare il modello tramite uno studio simulativo.

Soluzione (approssimata) in forma chiusa del modello (q,r) con backorders

In un modello (q, r) con *backorders*, la funzione di costo totale può essere, in generale, espressa come

$$C(q, k) = A/q + Bq + Ck + DG(k)/q,$$

dove q è la dimensione del batch, k è il fattore di sicurezza, $G(k)$ è *standardized normal loss function*, e A, B, C e D sono parametri positivi (naturalmente, in $C(q, k)$ vi può essere l'aggiunta di una qualche costante positiva). La soluzione è, in generale, ottenibile esclusivamente tramite algoritmo, a causa della presenza di $G(k)$.

In questo lavoro, $G(k)$ è stata sostituita con una sua approssimazione (caratterizzata da un R^2 pari a, circa, 0,999) gestibile analiticamente, ossia che permette la derivazione dell'ottimo, in forma chiusa, nelle due variabili q e k .

Si è, inoltre, proceduto diversamente. Siccome in forma integrale $G(k)$ può essere espressa come funzione di k e delle *p.d.f.* e *c.d.f.* della normale standard (in k), a k è stata sostituita l'inversa di una approssimazione logistica alla *c.d.f.* della normale standard, posta in funzione di q . In tal modo, $C(q, k)$ è stata posta nella sola variabile q , ed è stato, inoltre, possibile determinare l'ottimo (in q), dal quale ricavare il corrispondente valore di k . Ulteriore lavoro è, però, necessario per l'analisi di tipo numerica.

Riferimenti Bibliografici

Braglia, M., Castellano, D., Frosolini, M., 2013, "Optimization of POLCA-controlled production systems with a simulation-driven genetic algorithm", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, DOI: 10.1007/s00170-013-5282-5.
Braglia, M., Castellano, D., Frosolini, M., 2013, "A study on the importance of the selection of rules within unbalanced MTO POLCA-controlled production systems", submitted to the *International Journal of Industrial and Systems Engineering*.
Braglia, M., Castellano, D., Frosolini, M., 2013, "A note on a multiple-vendor single-buyer integrated inventory model with a variable number of vendors", submitted to *Computers & Industrial Engineering*.
Braglia, M., Castellano, D., 2013, "Diffusion theory applied to tool-life stochastic modelling under a progressive wear process", submitted to the *ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering*.