MODELLAZIONE E CONTROLLO OTTIMO DI SISTEMI MULTIBODY CON CONTATTI INTERMITTENTI

Candidata: Silvia Manara   Relatori: Ing. Marco Gabiccini
Ing. Alessio Artoni
Ing. Gabriele Pannocchia

Dottorato di Ricerca in Ingegneria Meccanica

Introduzione

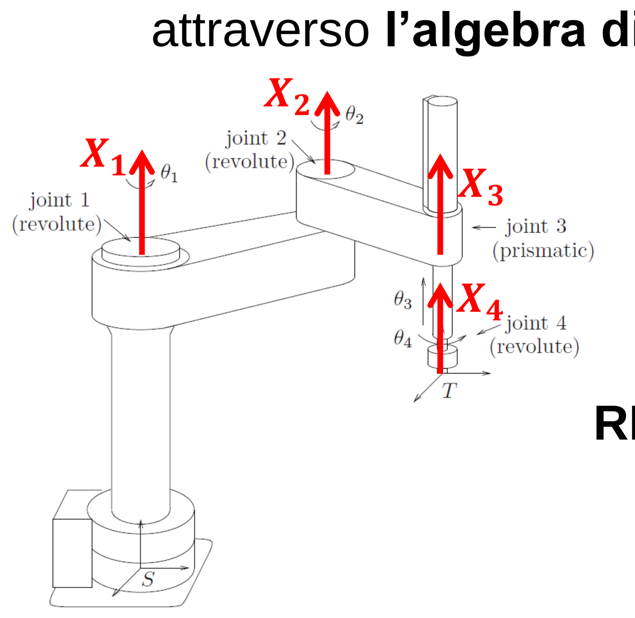
Il tema dell'interazione dei sistemi robotici con l'ambiente esterno attraverso il contatto è molto attuale: il contatto è l'ingrediente fondamentale per eseguire *task* complessi come quelli dei problemi di locomozione e manipolazione. Tuttavia, la maggior parte dei sistemi di controllo automatici non sono ancora grado di gestire e sfruttare questo genere di interazioni con l'ambiente in modo da garantire al sistema controllato comportamenti naturali e robusti.

L'obiettivo di questo lavoro è quello di sviluppare un metodo di pianificazione del movimento per sistemi robotici anche complessi che instaurino con l'ambiente esterno una sequenza di contatti non predefinita.

Modellazione

- Sviluppo di un ambiente che consenta di scrivere le equazioni della dinamica di sistemi multibody anche complessi in modo compatto attraverso **l'algebra di Lie**

Libreria *iDynTree*



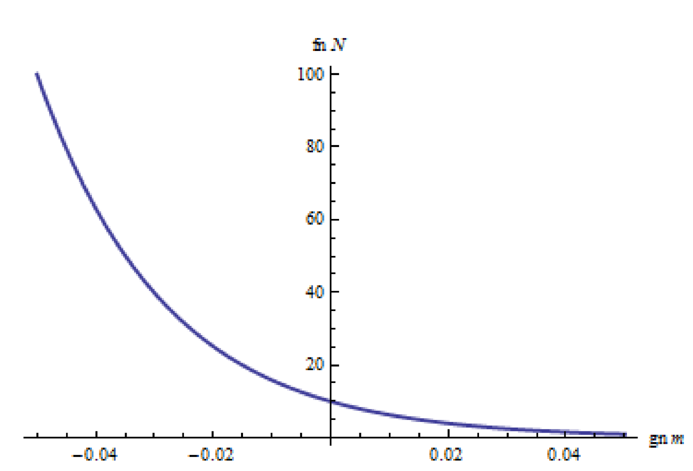
RNE:

$$\begin{cases} V_i^{b_i} = \mathrm{Ad}_{g_{i,i-1}} V_{i-1}^{b_{i-1}} + X_i \dot{\theta}_i \\ \dot{V}_i^{b_i} = \mathrm{Ad}_{g_{i,i-1}} \dot{V}_{i-1}^{b_{i-1}} + X_i \ddot{\theta}_i - \mathrm{ad}_{X_i \dot{\theta}_i} \mathrm{Ad}_{g_{i,i-1}} V_{i-1}^{b_{i-1}} \end{cases}$$

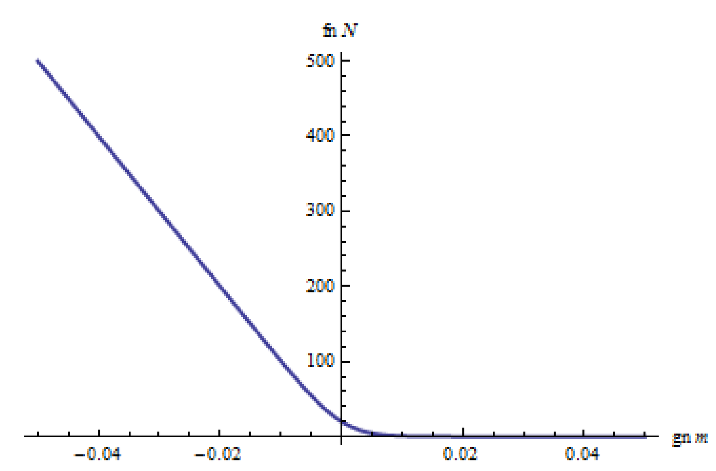
$$\begin{cases} F_i^{b_i} = \mathrm{Ad}^{-T}{}_{g_{i,i+1}} F_{i+1}^{b_{i+1}} + M_i^{b_i} \dot{V}_i^{b_i} - \mathrm{ad}^T{}_{V_i^{b_i}} M_i^{b_i} V_i^{b_i} \\ \tau_i = X_i{}^T F_i^{b_i} \end{cases}$$

- Sviluppo e implementazione nel codice di diversi modelli di contatto

Forza normale



a) $f_n(g_n) = f_n(0) e^{(\log(f_n(\overline{g_n})/f_n(0))/\overline{g_n}) g_n}$

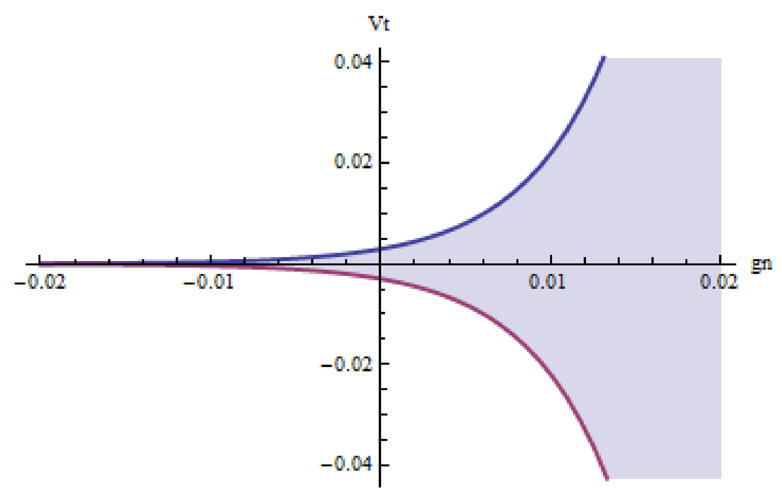


b) $f_n(g_n) = f_n(0) \log_2\left(1 + 2^{-g_n k_{st}/f_n(0)}\right)$

Forza d'attrito

1. **Strisciamento impedito**: velocità tangenziale relativa del punto candidato al contatto all'interno di un *funnel,* componente tangenziale della forza nel cono di attrito statico.

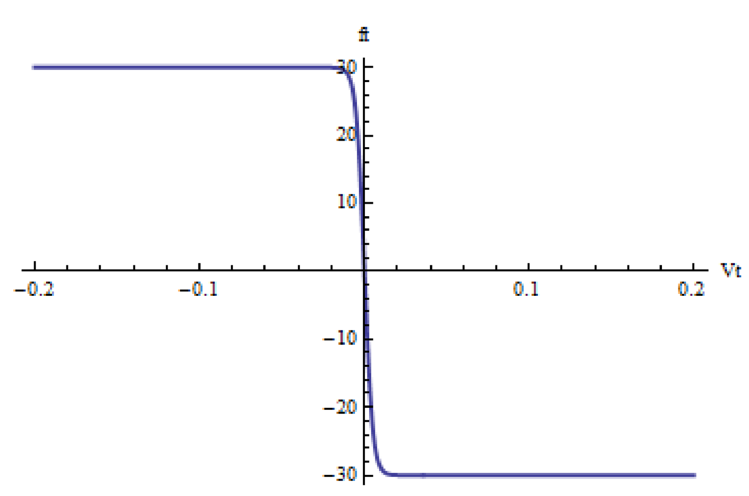
$$-\mu f_n \le f_t \le \mu f_n$$



$-\dot{g}_t(g_n) \le V_t \le \dot{g}_t(g_n)$

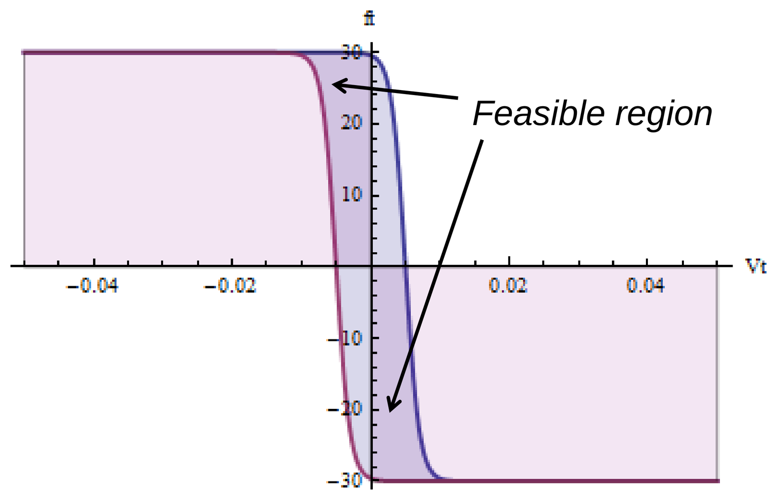
2. Rilassamento del vincolo di attrito Coulombiano attraverso un'approssimazione a **tangente iperbolica** della relazione che lega la componente tangenziale della forza alla velocità di strisciamento relativa.

$$f_t = -\mu f_n \tanh \frac{V_t}{\overline{V_t}}$$



3. La componente tangenziale della forza di contatto deve essere compresa **tra un *lower* e un *upper* bound**. Per velocità di striciamento molto piccole del punto di contatto si ha una approssimazione del cono di attrito statico.

$$\begin{cases} f_t \ge -\mu f_n \tanh \dfrac{(V_t - V_{t0})}{\overline{V_t}} \\ f_t \le -\mu f_n \tanh \dfrac{(V_t + V_{t0})}{\overline{V_t}} \\ f_t V_t \le 0 \end{cases}$$



Pianificazione delle traiettorie

Il problema da trattare viene descritto specificando solo l'obiettivo di alto livello (stato iniziale e finale del sistema) e l'intervallo di tempo in cui esso deve essere raggiunto.

Si imposta un problema di ottimizzazione:

$$\min_w F(w)$$

$$s.t. \begin{cases} g(w) = 0 \\ h(w) \ge 0 \\ w_{min} \le w \le w_{max} \end{cases}$$

$w \in \mathbb{R}^n$ vettore delle variabili di ottimizzazione, che comprende sia gli stati $(q, \dot{q})$ del sistema, sia le componenti delle forze di contatto (f_n, f_t), sia i controlli (τ)

Discretizzazione dell'intervallo temporale in N passi:

$$s_i \approx x(t_i) = \begin{bmatrix} q(t_i) \\ \dot{q}(t_i) \end{bmatrix} \quad i \in \{0, \dots, N\}, \qquad q_i \approx u(t_i) = \begin{bmatrix} \tau(t_i) \\ f_n(t_i) \\ f_t(t_i) \end{bmatrix} \quad i \in \{0, \dots, N-1\}$$

$$\min_{s,q} \sum_{i=0}^{N-1} F(q_i, s_i, s_{i+1})$$

$$s.t. \begin{cases} s_0 = x(t = 0) \\ s_N = x(t = T_f) \\ g(s_i, s_{i+1}, q_i) = 0 \\ h(s_i, s_{i+1}, q_i) \ge 0 \end{cases}$$

Vincoli:

- Stato iniziale
- Stato finale
- Eq. della dinamica
- Eq. costitutive delle forze di contatto
- Vincoli sugli intervalli di variazione delle variabili

Condizioni **KKT**

$$\nabla_w L(w, \lambda, \mu) = \nabla_w F(w) - (\nabla_w c(w))^T \lambda = 0$$
$$c(w) - s = 0$$
$$s^T \lambda = 0$$
$$s \ge 0$$
$$\lambda \ge 0$$

Le derivate vengono calcolate attraverso il software CasADi

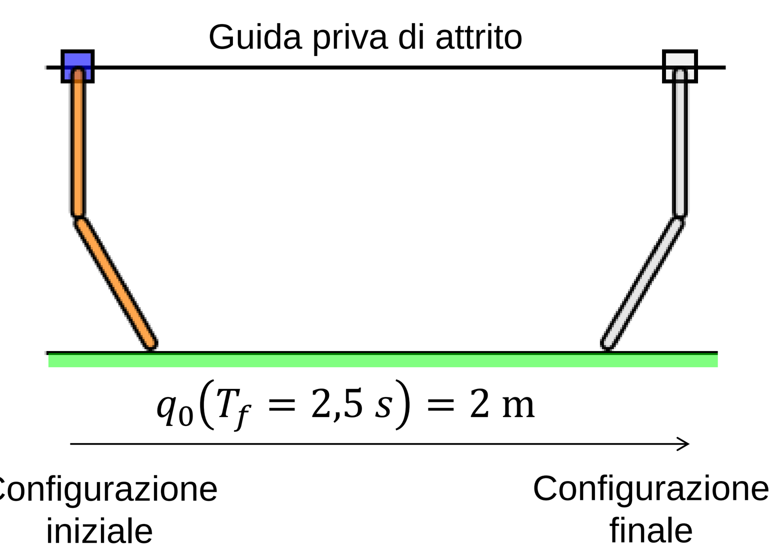
Il problema **NLP** ottenuto viene risolto utilizzando il metodo interior point, con il solutore IPOPT

Risultati

Il metodo proposto è stato testato su un semplice esempio: il manipolatore PRR planare di figura.

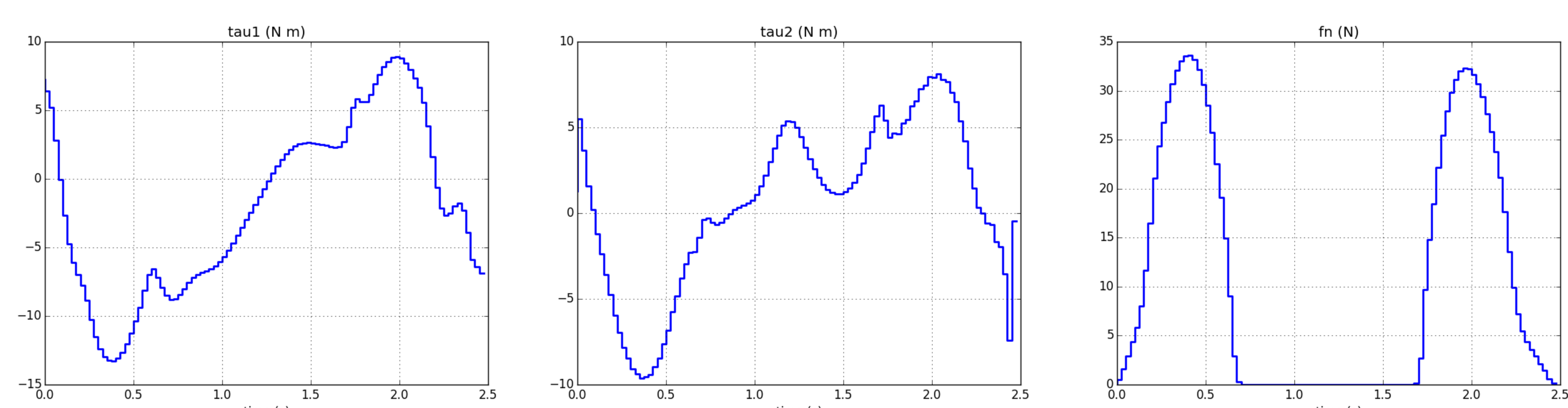
Numero gradi di libertà $n = 3$

Numero giunti attuati $n_{act} = 2$



$$F(w) = W_{work} \int_0^{T_f} \sum_{i=1}^{n_{act}} (\tau_i \dot{q}_i)^2 dt + W_{\Delta\tau} \int_0^{T_f} \sum_{i=1}^{n_{act}} \left(\frac{d\tau_i}{dt}\right)^2 dt + W_{\Delta F} \int_0^{T_f} \left[\left(\frac{df_n}{dt}\right)^2 + \left(\frac{df_t}{dt}\right)^2\right] dt$$
$$+ W_{slid} \int_0^{T_f} (f_t V_t)^2 dt + W_{acc} \int_0^{T_f} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{d\dot{q}_i}{dt}\right)^2 dt$$

La traiettoria tale da minimizzare la funzione di costo scelta e la sequenza corrispondente di coppie ai giunti da fornire in input al sistema vengono calcolate automaticamente.



Esempio dei risultati ottenuti per una determinata combinazione di coefficienti di peso W_i nella funzione obiettivo $F(w)$ e di modellazione di forza di contatto (in questo caso: forza normale (b), forza d'attrito (2))